Предположим, что кварки есть…
Нет, можно сделать иначе: разобрать группу SU3 с потрохами на 5 методичек, а потом начать анализировать экспериментальный материал. (Так делал и Гелл-Манн: будучи теоретиков, он знал ТГ в совершенстве). Но читатель не будет читать 5 подряд методичек по SU3 ☺ Поэтому будем чередовать физику и математику.

Замечание. Пока будем рассматривать только частицы с u-d-s кварками. ~~Рассмотрение остальных частиц оставим читателю, там всё аналогично~~ забот нам и эти три кварка доставят ☺

Наша цель: разобраться в зоопарке частиц.

Вот был у нас кварк с квантовыми числами

$$\begin{matrix} u_1 \\ d_1 \\ s_1 \end{matrix} = |\varphi_1>$$

Напомним, что эти компоненты ВФ – комплексные. Квадрат их модуля означает, насколько кварк u-снутый, d-снутый или странный ☺
Условие нормировки: $|u^2| + |d|^2 + |s|^2 = 1$

Сделаем из кварка другой кварк:

$$|\varphi_2> = \widehat{O}|\varphi_1>$$

Логично отождествить глюон с оператором $\widehat{O}$. А какой у него аромат?

Вот была у кварка ВФ $\begin{matrix} u_1 \\ d_1 \\ s_1 \end{matrix}$, стала $\begin{matrix} u_2 \\ d_2 \\ s_2 \end{matrix}$.

Т.е. $\hat{g}\begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ s_1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} u_2 \\ d_2 \\ s_2 \end{matrix}$, где $\hat{g}$ – элемент группы SU3. Почему SU3?
U – потому что в квантмехе все операторы унитарны.
3 – потому что в векторе 3 компоненты
S – потому что нормировка должна сохраняться (что равносильно det = 1)
А в SU3 у нас как раз 8 генераторов, и любой $\hat{g}$ можно разложить по нашим 8 матрицам Гелл-Манна:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{g} = \prod_{k=1}^{8} \exp(\widehat{\lambda_k} n_k)$$

Где $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8$ – какие-то 8 чисел. Они характеризуют степень влияния каждого из 8 типов глюонов в итоговый глюон. На всякий случай напомню, что глюонов вообще континуально много (квантовую суперпозицию никто не отменял), просто 8 – это число генераторов, аналогов базисных векторов для векторов. Аналогично, тех же спиноров $\begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$ тоже континуально много, просто говорят о двух базисных спинорах: $\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$ и $\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$.

Опять-таки, может возникнуть вопрос – зачем так сложно? Ведь любую матрицу 3x3 можно представить без экспоненты:

$$\hat{A} = a_1 \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} + a_2 \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} + \cdots + a_9 \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Но тогда слагаемых будет 9 и не будет условия нормировки (матрица не должна менять норму столбца)! Какие бы мы базисные матрицы не брали, не получится удовлетворить унитарности для произвольных $a_1..a_9$. А вот с экспонентой получится!

Вот мы и поняли, почему глюонов 8.

На самом деле аналогично доказывается, что мезонов (со спином 0) также 8 по той же причине: если кварк – это «цвет забрал – цвет принёс», то мезон так же: кварк – «цвет забрал», антикварк – «цвет принёс».

А вот с барионами, где кварка аж 3, ситуация гораздо сложнее. Разберём её позже.